Széchenyi István
Universität

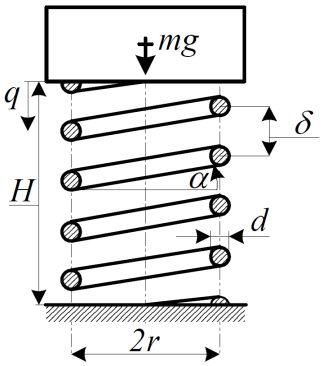
Lehrstuhl für
Angewandte
Mechanik

Maschinendynamik	**Theoretische Fragen für Vollzeit-Studierende des Masterstudiengangs Fahrzeugingenieurwesen (MSc)**

2013. január 3.

1. Auf Grund der Definition zum Impuls eines starren Körpers sollen Sie präsentieren, wie der Massenmittelpunkt eines Körpers interpretiert werden kann. Wie kann der Ortsvektor des Massenmittelpunkts auf Grund der Masse des Körpers und des statischen Momentes bezüglich eines beliebigen Punktes berechnet werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

2. Auf Grund der Definition des Drehimpulses eines starren Körpers stellen Sie vor, wie der auf den Massenmittelpunkt eines Körpers berechnete Trägheitstensor gedeutet werden kann.

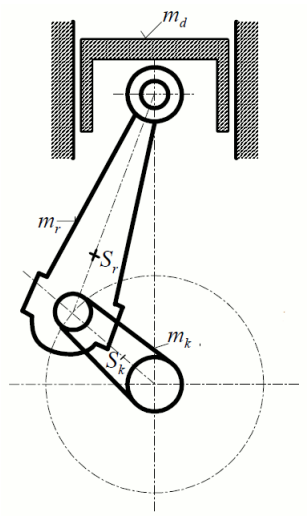
3. 

   Berechnen Sie den Federkonstant c bei der Feder in der Abbildung, wenn die Drahtlänge l, der Drahtdurchmesser d, der mittlere Windungsradius r, die Windungssteigung δ, der Steigungswinkel α, der Schubmodul G, die Querkontraktionszahl (der Poisson-Faktor des Federdrahtes) υ, die Längenänderung der Feder (unter Belastung mg) q und die ungespannte Länge H beträgt.

4. Zählen Sie die Komponenten eines Schwingungssystems auf.

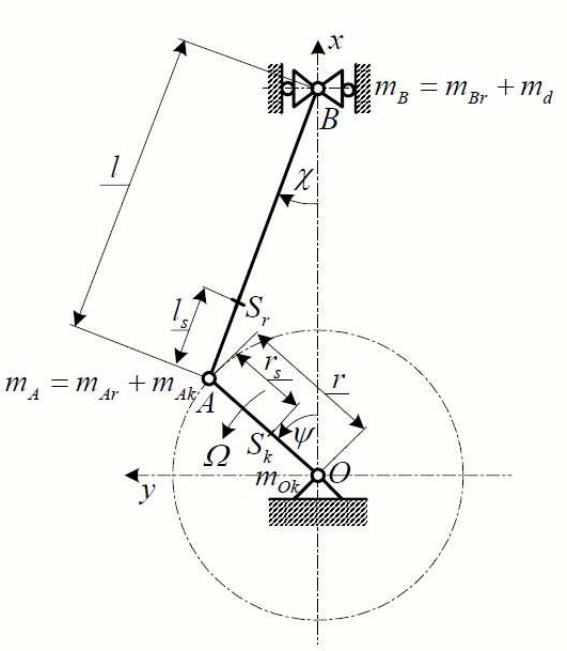
5. Auf Grund der Bewegungsgleichung des gedämpften, nicht erregten Schwingungssystems mit einem Freiheitsgrad, und deren Lösung stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem Lehr'schen Dämpfungsmaß und dem logarithmischen Dekrement vor.

6.



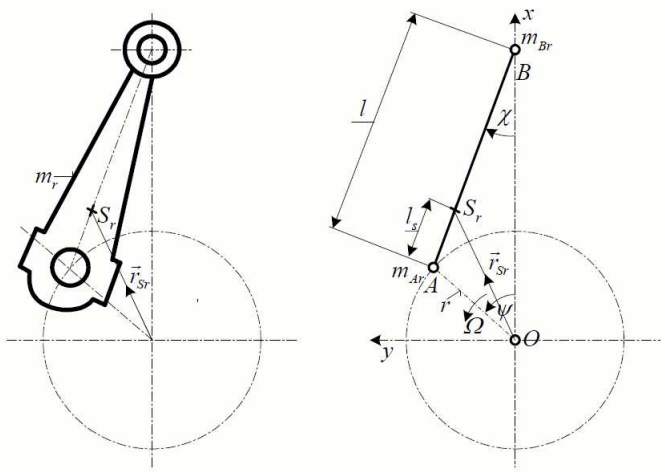
Bekannt sind die geometrischen Maße der Bestandteile der Kurbel in der Abbildung (damit zugleich sowohl der Schwerpunkt, als auch der Trägheitstensor), bzw. deren Massen. Erstellen Sie ein Ersatzmodell, in dem die Massen der Teile in die Verbindungspunkte der (die Teile ersetzenden) Pleuel reduziert werden! Bestimmen Sie die Werte der in die Verbindungspunkte reduzierten Massen, abhängend von den geometrischen Daten. Markieren Sie alle verwendeten Größen in der Abbildung.

7.



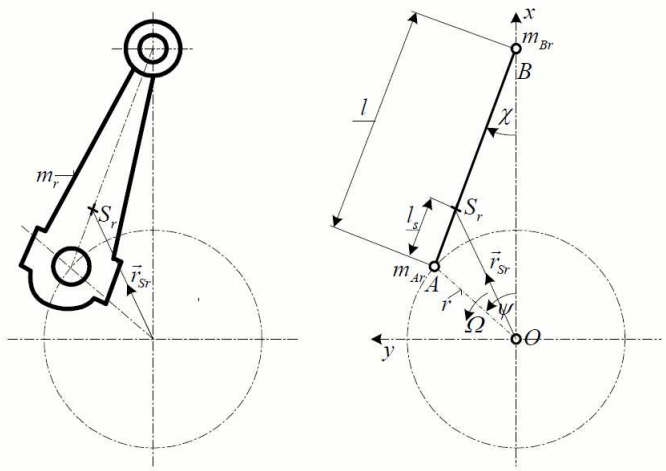
Angegeben sind das Maß der Kurbel in der Abbildung (sowie die Schwerpunkte der Teile), bzw. die in die Punkte A, B und O reduzierten Massen. Berechnen Sie die auf den Punkt O wirkenden unausgewuchteten Kräfte, bei der konstanten Winkelgeschwindigkeit Ω der Pleuel OA. Bei der Berechnung entwickeln Sie die Kräfte auf Grund der höheren Harmonischen der Winkelgeschwindigkeit in Reihen. Vernachlässigen Sie die Glieder zweiten und höheren Grades.

8.



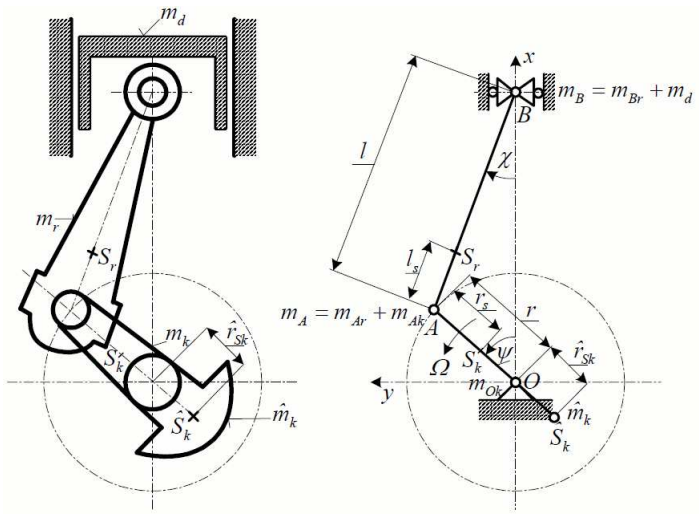
Bekannt sind die geometrischen Maße der Bestandteile der Kurbel in der Abbildung (damit zugleich sowohl der Schwerpunkt, als auch der Trägheitstensor), bzw. deren Massen. Auf Grund der ursprünglichen Struktur sowie durch Anwendung eines Ersatzmodells erstellen Sie das unausgewuchtete Moment, und benutzen Sie dazu die Winkelbeschleunigung $\ddot{\chi}$ der Pleuel. Erklären Sie, wie das Trägheitsmoment bezüglich der Achse z des Ersatzmodells berechnet wird.

9.



Angegeben sind das Maß der Kurbel in der Abbildung (und die Schwerpunkte der Teile), bzw. die Trägheitsmomente der ursprünglichen Struktur J_{Srz} und des Ersatzmodells $\tilde{J}_{Srz}$, sowie das konstante Moment in Form $M_{Oz} = \left(\tilde{J}_{Srz} - J_{Srz}\right)\ddot{\chi}$ bei der konstanten Winkelgeschwindigkeit Ω der Pleuel. Entwickeln Sie das unausgewuchtete Moment mit Hilfe der Grund- und höheren Harmonischen der Winkelgeschwindigkeit in Reihen. Vernachlässigen Sie die Glieder vierten und höheren Grades.

10.

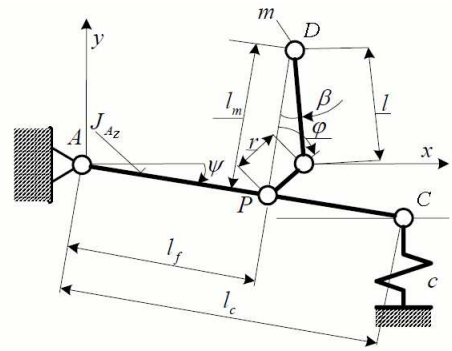


Angegeben sind das Maß der Kurbel in der Abbildung (und die Schwerpunkte der Teile), bzw. die in die Punkte A, B und O reduzierten Massen sowie die Auswuchtmasse. Berücksichtigend die Auswuchtmasse schreiben Sie die Koordinaten der unausgewuchteten Kraft x und y auf! Welche Möglichkeiten sind in Kenntnis des beschriebenen Zusammenhangs zum Massenausgleich vorhanden?

11. Zeichnen Sie den Mechanismus, mit dem ein Einzylinder-Schubkurbeltrieb hinsichtlich der Massenkräfte ausgeglichen werden kann, so dass die 1. harmonischen Glieder und die 2. Harmonische verschwinden. Schreiben Sie auf, in welchem Zusammenhang die Massen und Maße der einzelnen Teile im zusätzlichen Mechanismus mit den Konstanten in der Gleichung der unausgewuchteten Kräfte stehen?

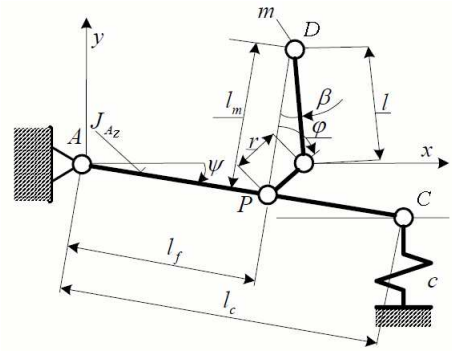
12. Wie kann das Auswuchten des Umlaufmomentes eines Schubkurbelbetriebs erreicht werden?

13.



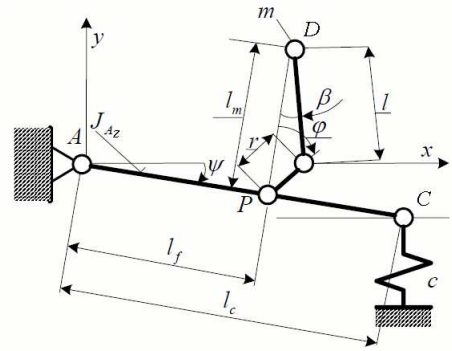
Geben Sie die Position des Punktes D (Kolben) der in der Abbildung dargestellten Konstruktion im Koordinatensystem xy an, abhängig von der Zeit, wenn sich die Kurbel, deren Länge r ist, mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω um den Punkt P dreht.

14.



Berechnen Sie die kinetische Energie der in der Abbildung dargestellten Konstruktion, wenn bekannt sind die Masse des Kolbens m, das Trägheitsmoment J_{Az} der Stange AC, sowie die Entfernung l_f. Die Entfernung l_m sowie der Winkel ψ sollen Sie als unbekannte Funktionen der Zeit betrachten.

15.



Leiten Sie die Bewegungsgleichung der in der Abbildung dargestellten Konstruktion ab, wenn die kinetische Energie der Konstruktion

$$E = \frac{1}{2} J_{Az} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} m \left[\left(l_f \dot{\psi} - \dot{l}_m \right)^2 + \left(l_m \dot{\psi} \right)^2 \right],$$

sowie der c Federkonstant der Feder bekannt sind. Die unbekannte Funktion in der Bewegungsgleichung soll der Winkel ψ sein.

16. Bekannt ist die Bewegungsgleichung der parametrisch erregten Schwingung

$$\left[J_{Az} + m \left(l_f^2 + (l + r\cos(\Omega t))^2 \right) \right] \ddot{\psi} - 2r\Omega m \sin(\Omega t) \left(l + r\cos(\Omega t) \right) \dot{\psi} + \frac{l_c \psi}{c} = -m l_f r \Omega^2 \cos(\Omega t).$$

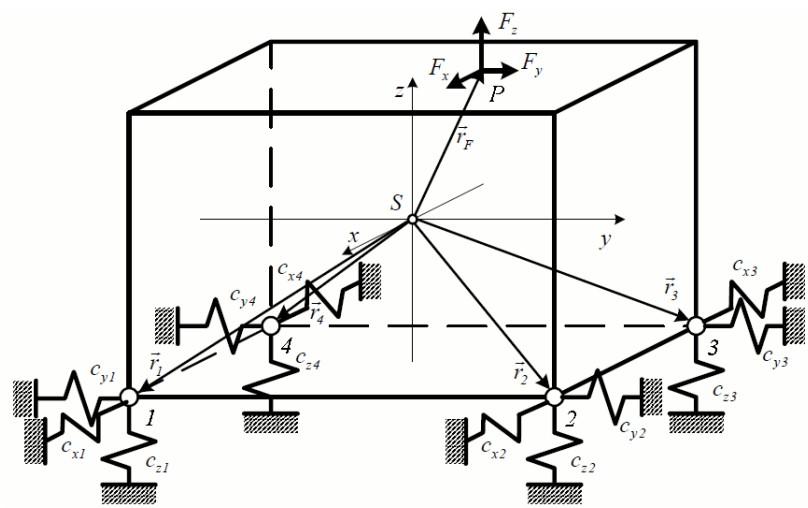
Berechnen Sie den Mittelwert der einzelnen Koeffizienten bezüglich einer Periode.

17. Berechnen Sie die partikuläre Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y}_P + \frac{l_c^2}{J_{red} c} y_P = -\frac{m l_f^2 r}{J_{red}} \Omega^2 \cos(\Omega t)$$

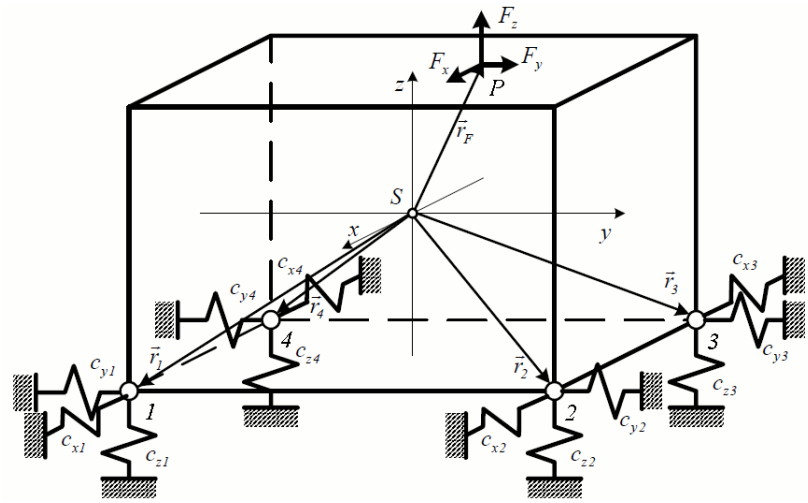
zur Beschreibung der Schwingungen einer Konstruktion.

18.



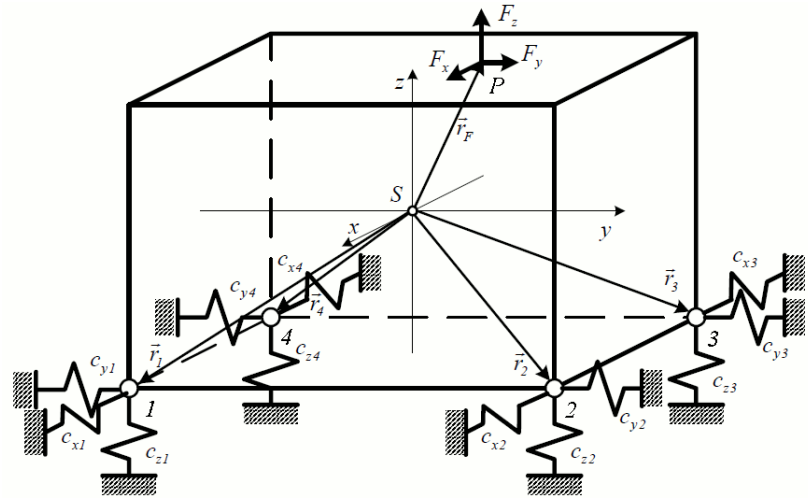
Bekannt sind die Maße des in der Abbildung dargestellten Maschinenfundaments, dessen Unterstützung, Masse, Trägheitsmoment und Belastung. Beschreiben Sie die Bewegung und die Geschwindigkeit der Punkte 1, 2, 3, 4 und P in Vektoren- bzw. Matrixformen, auf Grund der Verschiebung des Schwerpunktes $\vec{u}_S$ und der Veränderung des Winkels des Maschinenfundaments als starrer Körper $\vec{\varphi}$, wenn die aus dem Schwerpunkt auf die Punkte 1, 2, 3, 4 und P gerichteten Ortsvektoren bekannt sind.

19.



Berechnen Sie die Verformungsenergie der das 3D-Maschinenfundament unterstützenden Federn in Matrixform, wenn bekannt sind die u_i, v_i, w_i, – Bewegungen der Eckpunkte 1, 2, 3, und 4 in die Richtungen x, y und z – sowie die Federkostanten der einzelnen Federn c_{x1}, c_{yi}, c_{zi} $(i = 1, 2, 3, 4)$.

20.

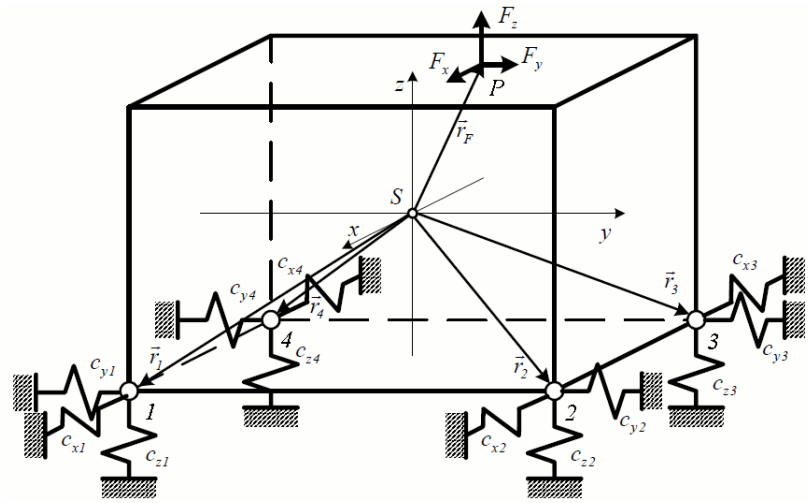


Bekannt sind die Maße des in der Abbildung dargestellten 3D-Maschinenfundaments ($\vec{r}_i$), die Bewegung seines Schwerpunktes ($\vec{u}_S$), seine Winkelausschläge eines starren Körpers ($\vec{\varphi}$) und die Federkonstanten der unterstützenden Federn (c_{x1}, c_{yi} und c_{zi}). Erklären Sie, wie die Verformungsenergie auf Grund der erwähnten Größen (z. B. mit der Benutzung des Matrix $\underline{\underline{q}}^T = \begin{bmatrix} u_S & v_S & w_S & \varphi_x & \varphi_y & \varphi_z \end{bmatrix}$), sowie den Zusammenhang

$$U = \sum_{i=1}^{4} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_i & v_i & w_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{c_{xi}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c_{yi}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_{zi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{4} \frac{1}{2} \underline{\underline{u}}_i^T \underline{\underline{C}}_i \underline{\underline{u}}_i$$

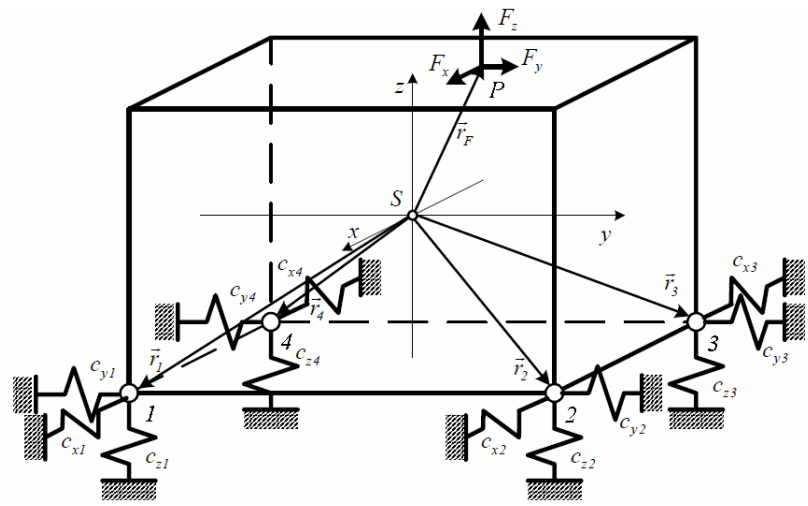
berücksichtigend berechnet werden kann.

21.



Bekannt ist die Position des Schwerpunktes des in der Abbildung dargestellten 3D-Maschinenfundaments ($\vec{u}_S$), seine Winkelausschläge als starrer Körper ($\vec{\varphi}$), seine Masse (m) sowie seinen Trägheitstensor ($\underline{\underline{J}}_S$) bezüglich auf seinen Schwerpunkt. Berechnen Sie die kinetische Energie des Maschinenfundaments sowohl in Vektoren- als auch in Matrixform. Bei der Darstellung in Matrixform wird die Bewegung des Maschinenfundaments mit dem Matrix $\underline{\underline{q}}^T = \left[\begin{array}{cccccc} u_S & v_S & w_S & \varphi_x & \varphi_y & \varphi_z \end{array}\right]$ definiert.

22.



Bekannt sind die Verformungsenergie ($U = \frac{1}{2}\underline{\underline{q}}^T\underline{\underline{C}}\underline{\underline{q}}$) der flexiblen Lagerung des in der Abbildung dargestellten Maschinenfundaments, sowie die kinetische Energie des Maschinenfundaments ($E = \frac{1}{2}\dot{\underline{\underline{q}}}^T\underline{\underline{M}}\dot{\underline{\underline{q}}}$), wenn $\underline{\underline{q}}^T = \left[\begin{array}{cccccc} u_S & v_S & w_S & \varphi_x & \varphi_y & \varphi_z \end{array}\right]$. Die Belastung des Maschinenfundaments wird mit dem Matrix $\underline{\underline{F}}^T = \left[\begin{array}{ccc} F_x & F_y & F_z \end{array}\right]$ definiert. Leiten Sie die Bewegungsgleichung des Maschinenfundaments her.

23. Bekannt ist die Bewegungsgleichung $\underline{\underline{M}}\ddot{\underline{\underline{q}}} + \underline{\underline{C}}\underline{\underline{q}} = \underline{\underline{0}}$ eines 3D-Maschinenfundaments im Fall von nicht erregten Schwingungen. Berechnen Sie die $\underline{\underline{q}}\,(t)$-Funktion zur Eigenschwingungen des Maschinenfundaments. Benennen Sie die berechneten Größen.

24. Bekannt ist die Bewegungsgleichung $\underline{\underline{M}}\ddot{\underline{\underline{q}}} + \underline{\underline{C}}\underline{\underline{q}} = \underline{\underline{Q}}_F$ eines 3D-Maschinenfundaments im Falle von erregten Schwingungen. Berechnen Sie die Lösung der Bewegungsgleichung, d. h. die

Funktion $\underline{\underline{q}}(t)$ zur Beschreibung der Schwingungen des Maschinenfundaments. Geben Sie auch die Rechnungsmethode der einzelnen Größen in der Lösung an.

25. Unter welchen Bedingungen kann ein rotierendes System als Laval-Rotor definiert werden?

26. Leiten Sie die Bewegungsgleichung des Laval-Rotors her. Fertigen Sie eine Abbildung zur Darstellung der verwendeten Größen an.

27. Lösen Sie die Bewegungsgleichung des Laval-Rotors

$$m\left(\ddot{x} - e\Omega^2 \cos\left(\Omega t\right)\right) = -\frac{x}{c}$$

$$m\left(\ddot{y} - e\Omega^2 \sin\left(\Omega t\right)\right) = -\frac{y}{c}$$

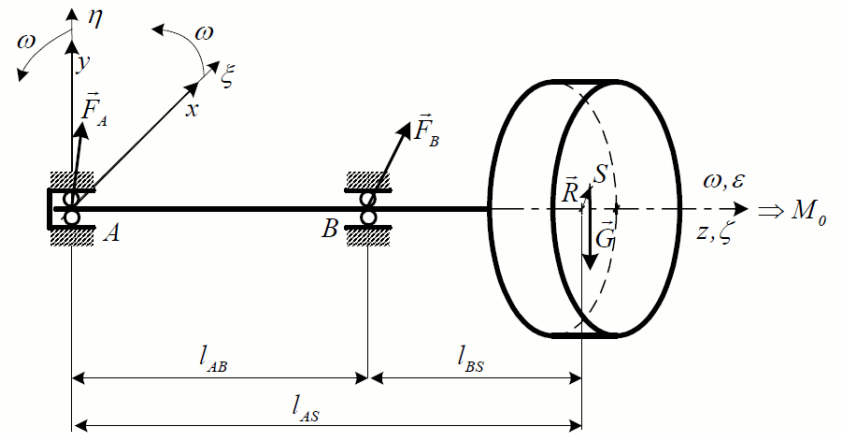
im Fall von stationären Schwingungen, angenommen, dass währenddessen eine Dissipation ständig vorhanden ist. In den Gleichungen ist m die Masse der Scheibe; e ist die Exzentrizität; Ω ist die ist Winkelgeschwindigkeit des Rotors und c der Federkonstant bei dem Biegen der Welle.

28. Der Laval-Rotor bewegt sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\Omega = \Omega_{krit}$. Am Anfang ist die Mittellinie der Welle im Ruhezustand. Berechnen Sie, mit welcher Amplitude der mittlere Punkt der Welle nach einer Zeit t schwingen wird, wenn die Bewegung dieses Punktes in der Ebene xy durch das Gleichungssystem

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} + \alpha^2 x &= e\Omega^2 \cos\left(\Omega t\right) \\ \ddot{y} + \alpha^2 y &= e\Omega^2 \sin\left(\Omega t\right) \end{aligned}\right\}$$

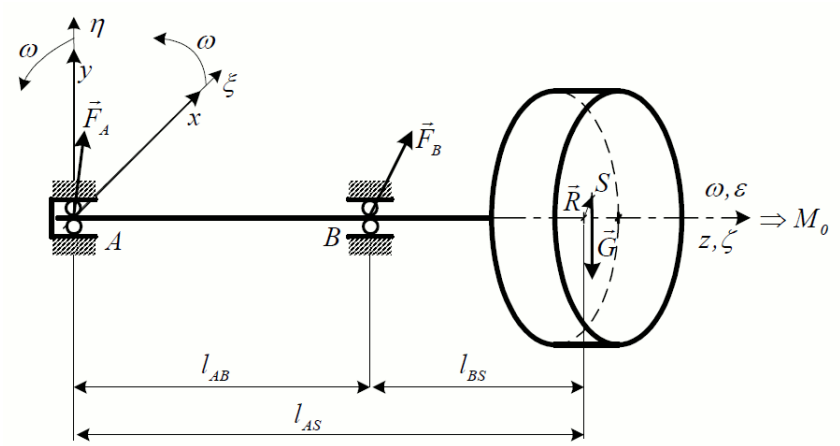
beschrieben wird.

29.



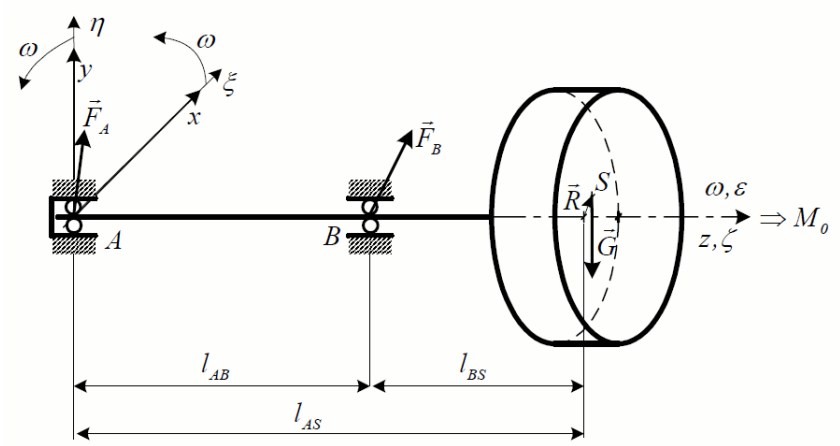
Wie es in der Abbildung ersichtlich ist, wurde eine sowohl statisch, als auch dynamisch unausgewuchtete Scheibe zu einer gelagerten Welle gefestigt. Bekannt sind die Abmessungen und die Belastungen der Konstruktion. Bestimmen Sie den Impulssatz bezüglich der Konstruktion, sowie den Drallsatz bezüglich des Punktes A. Geben Sie auch die Koordinaten der Vektorengrößen in den aufgeschriebenen Gleichungen an.

30.



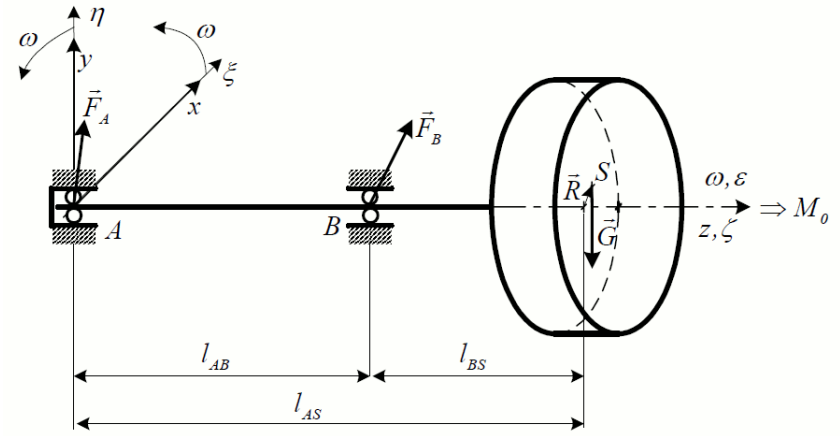
Wie es in der Abbildung ersichtlich ist, wurde eine sowohl statisch, als auch dynamisch unausgewuchtete Scheibe zu einer gelagerten Welle gefestigt. Bekannt sind die Abmessungen und die Belastungen der Konstruktion. Bestimmen Sie den Impulssatz bezüglich der Konstruktion, sowie den Drallsatz bezüglich des Punktes B. Geben Sie auch die Koordinaten der Vektorengrößen in den aufgeschriebenen Gleichungen an.

31.



Was bedeutet es, dass die Konstruktion in der Abbildung statisch unausgewuchtet ist? Begründen Sie Ihre Antwort mit der Anwendung des Impulssatzes.

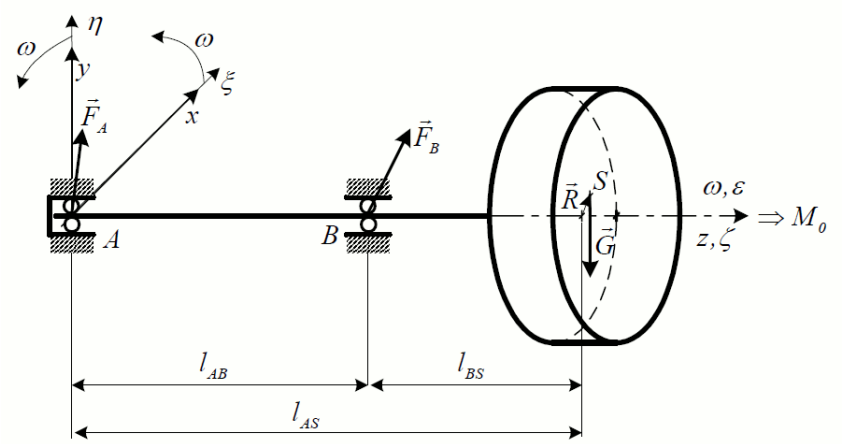
32.



Auf die unausgewuchtete Scheibe in der Abbildung wirkt das konstante Moment $M_0 =$

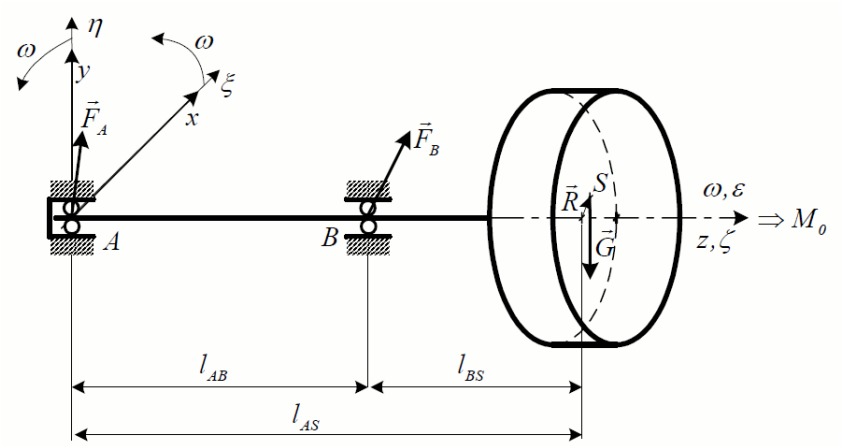
konstant. Bestimmen Sie die Winkelbeschleunigung der Scheibe. Begründen Sie Ihre Antwort.

33.



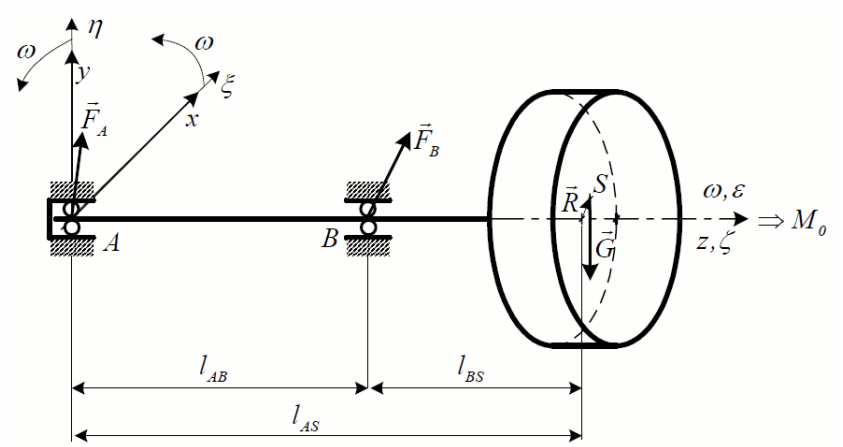
Berechnen Sie die Stützkraft der Konstruktion $\vec{F}_A$ in der Abbildung mit Hilfe des Drallsatzes!

34.



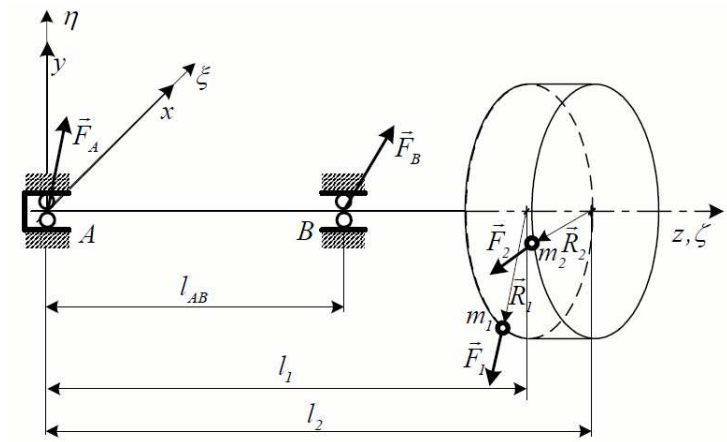
Berechnen Sie die Stützkraft der Konstruktion $\vec{F}_B$ in der Abbildung mit Hilfe des Drallsatzes!

35.



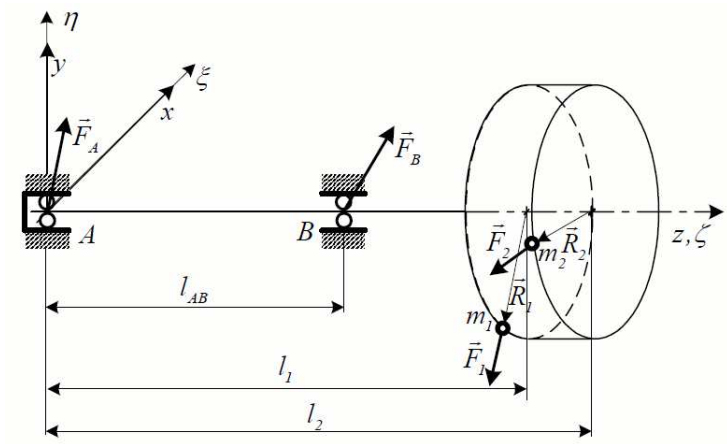
Bekannt ist die sowohl statisch, als auch dynamisch unausgewuchtete Scheibe in der Abbildung. Wie läßt sich die Konstruktion auswuchten? Schreiben Sie die Gleichungen des Auswuchtens auf. Wieviel Gleichungen und wieviel Unbekannte sind vorhanden?

36.



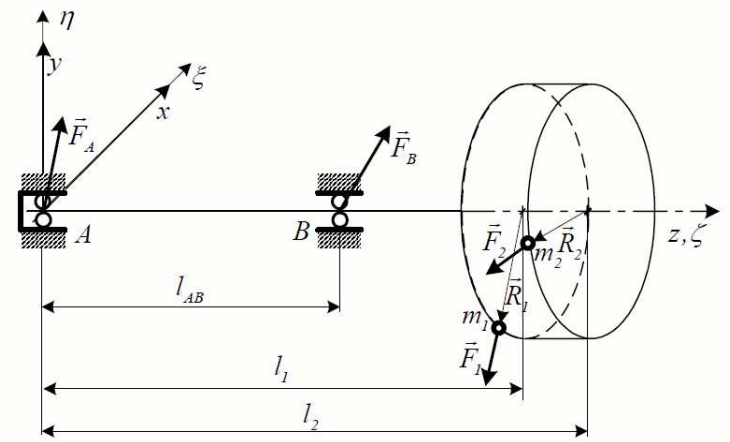
Eine, sowohl statisch als auch dynamisch unausgewuchtete Scheibe wird so modelliert, dass zwei Massenpunkte auf eine ausgewuchtete Scheibe gelegt werden (siehe Abbildung). Bekannt sind die Kraft $\vec{F}_A$, sowie der Winkel α zwischen der Kraft $\vec{F}_A$, und der Achse x, sowie die Kraft $\vec{F}_B$, und der Winkel β zwischen der Kraft $\vec{F}_B$ und der Achse x, sowie die Maßen in der Abbildung. Berechnen Sie auf Grund der bekannten Größen die Masse m_1.

37.



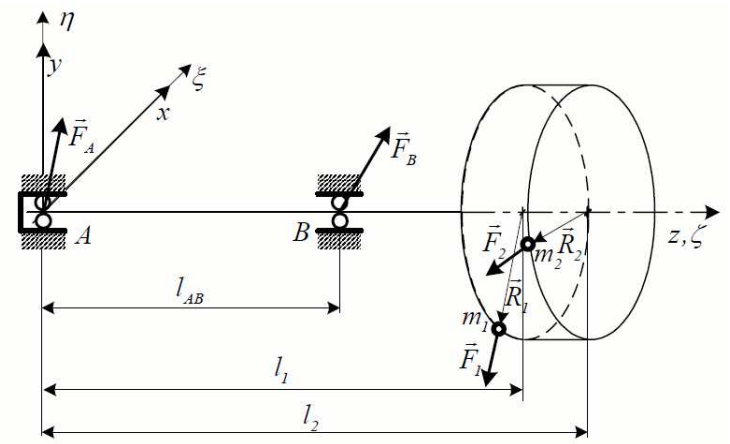
Eine, sowohl statisch als auch dynamisch unausgewuchtete Scheibe wird so modelliert, dass zwei Massenpunkte auf eine ausgewuchtete Scheibe gelegt werden (siehe Abbildung). Bekannt sind die Kraft $\vec{F}_A$, sowie der Winkel α zwischen der Kraft $\vec{F}_A$, und der Achse x, sowie die Kraft $\vec{F}_B$, und der Winkel β zwischen der Kraft $\vec{F}_B$ und der Achse x, sowie die Maßen in der Abbildung. Berechnen Sie auf Grund der bekannten Größen die Masse m_2.

38.



Eine, sowohl statisch als auch dynamisch unausgewuchtete Scheibe wird so modelliert, dass zwei Massenpunkte auf eine ausgewuchtete Scheibe gelegt werden (siehe Abbildung). Bekannt sind die Kraft $\vec{F}_A$, sowie der Winkel α zwischen der Kraft $\vec{F}_A$, und der Achse x, sowie die Kraft $\vec{F}_B$, und der Winkel β zwischen der Kraft $\vec{F}_B$ und der Achse x, sowie die Maßen in der Abbildung. Berechnen Sie auf Grund der bekannten Größen den Winkel γ zwischen der Kraft $\vec{F}_1$ und der Achse x.

39.



Eine, sowohl statisch als auch dynamisch unausgewuchtete Scheibe wird so modelliert, dass zwei Massenpunkte auf eine ausgewuchtete Scheibe gelegt werden (siehe Abbildung). Bekannt sind die Kraft $\vec{F}_A$, sowie der Winkel α zwischen der Kraft $\vec{F}_A$, und der Achse x, sowie die Kraft $\vec{F}_B$, und der Winkel β zwischen der Kraft $\vec{F}_B$ und der Achse x, sowie die Maßen in der Abbildung. Berechnen Sie auf Grund der bekannten Größen den Winkel δ zwischen der Kraft $\vec{F}_2$ und der Achse x.

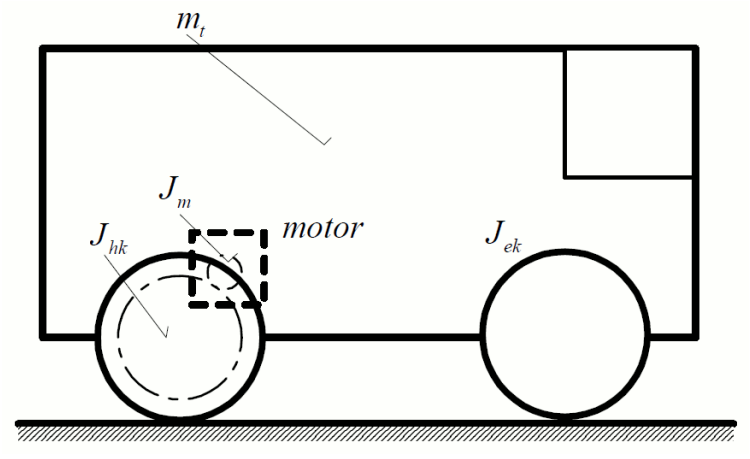
40. Was wird als 1. und 2. Wittenbauer'sche Grundaufgabe genannt?

41. Leiten Sie die Bewegungsgleichung einer Maschine als eines Mechanismus mit einem Freiheitsgrad her (Eksergian-Gleichung)! Präsentieren Sie die benutzten Zeichen in einer Abbildung!

42. Präsentieren Sie den Lösungsprozeß der Bewegungsgleichung einer Maschine als eines Mechanismus mit einem Freiheitsgrad (Eksergian-Gleichung), in einem konservativen Fall ($Q = Q(\varphi)$).

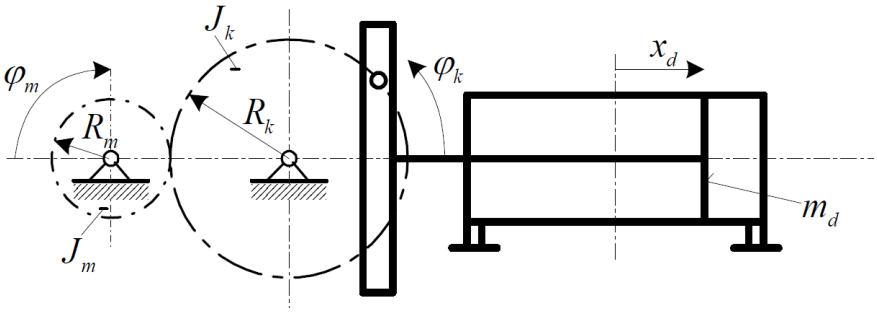
43. Berechnen Sie die mittlere Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_k$ einer Maschine als eines Mechanismus mit einem Freiheitsgrad, im Falle eines stationären Getriebes, wenn die kinetische Energie des Mechanismus viel größer ist als die Arbeit der äußeren Kräfte.

44.



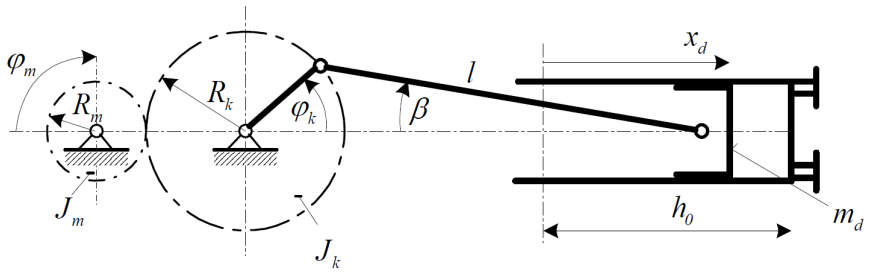
Gegeben sind die Masse m des elektrischen Fahrzeugs in der Abbildung, die Trägheitsmomente J_{ek} und J_{hk} des Vorder- und Hinterrades, der Radius R_k, sowie das Trägheitsmoment J_m im rotierenden Teil des Motors. Bekannt sind darüber hinaus noch die Charakteristik des Getriebemotors $M(\dot{\varphi}) = M_{max}\left(1 - \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}_{max}}\right)$ und die Übersetzung zwischen dem Motor und dem Rad $n = 20:1$. Leiten Sie die Bewegungsgleichung des Fahrzeuges her, wenn von dem Bewegungs- und der Rollwiderstand abgesehen wird. (Die Räder rollen ohne Schlupf.) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für das aus dem Stillstand startende Fahrzeug! ($\varphi_0 = 0$, $\dot{\varphi}_0 = 0$) Stellen Sie den Drehwinkel φ, die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ und die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ abhängig von der Zeit t dar!

45.



Gegeben ist der oben dargestellte Kulissenmechanismus. Das gesamte Trägheitsmoment des Getriebemotors und des anschließenden Zahnrades ist J_m, die Radiusen R_m und R_k, ihr Drehwinkel φ_m und φ_k, die Masse des Kolbens m_d, und seine Auslenkung x_d. Leiten Sie die Bewegungsgleichung des Mechanismus her, wenn die Charakteristik des Getriebemotors $M(\dot{\varphi}) = M_{max}\left(1 - \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}_{max}}\right)$ ist.

46.



Gegeben ist der in der Abbildung dargestellte Kurbelmechanismus. Das gesamte Trägheitsmoment des Getriebemotors und des anschließenden Zahnrades ist J_m, die Radiusen R_m und R_k, ihr Drehwinkel φ_m und φ_k, die Länge der Pleuel l, die Masse des Kolbens m_d, und seine Auslenkung x_d. Die Oberfläche des Kolbens ist A_d, seine Länge h_0. Den auf den Kolben wirkenden Druck p_d kann man auf Grund des Zusammenhangs $p_d V = p_0 V_0$ (Gasgesetz Boyle-Mariotte) bestimmen, wenn V das aktuelle Volumen des Zylinders ist, p_0 und V_0 der Anfangsdruck und das Anfangsvolumen des Gases im Kolben. Leiten Sie die Bewegungsgleichung des Mechanismus her, wenn die Charakteristik des Getriebemotors $M(\dot{\varphi}) = M_{max}\left(1 - \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}_{max}}\right)$ ist.